


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		



**УТВЕРЖДЕНО**

решением ученого совета ИЭиБ  
от 20 июня 2024 г., протокол № 10 / 271  
Председатель \_\_\_\_\_ И.Б.Романова  
« 20 » июня 2024 г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина:	<b>Математика</b>
Факультет	экономики
Кафедра	Цифровой экономики (ЦЭ)
Курс	1

Специальность: 38.05.01 «Экономическая безопасность»  
 Специализация: «Экономическая безопасность предпринимательской деятельности»  
 Форма обучения: очная, заочная

Форма обучения очная, заочная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: «01» сентября 2024 г.



Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_ 202\_\_ г.


Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_ 202\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_ 202\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Лутошкин Игорь Викторович	ЦЭ	зав.каф., к.ф-м.н., доцент

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой ЦЭ	Заведующий выпускающей кафедрой ЭиП
 / Лутошкин И.В. / «20» июня 2024 г.	 / Рожкова Е.В. / «20» июня 2024 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели освоения дисциплины:

- формирование математического аппарата моделирования базовых экономических явлений;
- получение знаний о математических моделях базовых экономических явлений рационального поведения потребителей и производителей на рынке;
- знакомство с математическими методами качественного исследования моделей рационального поведения потребителей и производителей;
- ознакомление студентов с основными понятиями и фактами теории вероятностей и математической статистики, методическими и методологическими аспектами построения вероятностных, статистических и эконометрических моделей.

### Задачи освоения дисциплины:

- изучение аппарата моделирования линейных систем в экономике;
- изучение свойств элементарных функций, применяемых в моделировании экономических явлений
- освоение методов построения функций полезности, учитывающих предпочтения потребителей;
- изучение метода производственных функций для моделирования крупных производственных объектов;
- формирование у студентов основных понятий теории вероятностей и математической статистики;
- приобретение знаний об основных фактах, теоремах и моделях теории вероятностей и математической статистики;
- формирование у студентов научных представлений о методах, моделях и приемах, позволяющих получать количественные выражения закономерностей экономики на базе экономической статистики;
- приобретение навыков использования математико-статистического инструментария;
- получение студентами знаний о различных классах эконометрических моделей, методах оценки их параметров, верификации и интерпретации полученных результатов;
- приобретение студентами умений и навыков в области практического построения эконометрических моделей с использованием современных компьютерных программ;
- формирование у студентов концептуальных представлений об основных принципах математического моделирования.

В результате изучения курса студенты должны уметь использовать математические модели рационального поведения потребителей и производителей на рынке для качественного и количественного экономического анализа; у студентов формируются теоретические знания и практические навыки моделирования экономических процессов и явлений, имеющих стохастическую составляющую.


## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Математика» принадлежит обязательной части ФГОС ВО специалитета «Экономическая безопасность». Дисциплина изучается студентами первого курса.

Изучение дисциплины «Математика» базируется на компетенциях, сформированных у обучающихся в процессе изучения школьного курса математики, обществознания.

Освоение общих компетенций происходит одновременно с дисциплинами: Экономическая теория, Маркетинг.


Компетенции, знания, навыки и умения, приобретенные в результате прохождения курса, будут востребованы при изучении дисциплин: Финансы, Бухгалтерский учет, Ми-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

ровая экономика, Статистика, Основы управления рисками, Планирование и прогнозирование, Диагностика финансового состояния организации, Экономический анализ, Деньги, кредит и банки, Стратегический анализ, Оценка рисков, Информационная безопасность, Организация и методика проведения налоговых проверок, а также при прохождении практик: Ознакомительная практика, Учебная практика по профилю профессиональной деятельности, Практика по профилю профессиональной деятельности, Преддипломная практика, при подготовке к процедуре защиты и процедуре защиты выпускной квалификационной работы.

### 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
<b>ОПК-2</b> Способен осуществлять сбор, анализ и использование данных хозяйственного, налогового и бюджетного учетов, учетной документации, бухгалтерской (финансовой), налоговой и статистической отчетности в целях оценки эффективности и прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта, а также выявления, предупреждения, локализации и нейтрализации внутренних и внешних угроз и рисков.	Знать основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей, математической статистики, эконометрики. Уметь строить стохастические модели экономических процессов и использовать их для прогнозирования. Владеть навыками построения вероятностных/эконометрических моделей для оценки эффективности и прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта.
<b>ОПК-3</b> Способен рассчитывать экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов.	Знать методы и модели максимизации или минимизации экономических показателей, анализа производственных функций. Уметь решать задачи: максимизации функции полезности, минимизации расходов, максимизации прибыли и минимизации издержек для производственных функций. Владеть опытом решения задач потребительского спроса, теории производственных функций.
<b>ОПК-6</b> Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	Знать программные средства, позволяющие строить эконометрические модели. Уметь строить стохастические модели экономических процессов с использованием программных средств. Владеть навыками применения современного программного обеспечения для построения вероятностных/эконометрических моделей.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ


4.1 Объём дисциплины в зачетных единицах (всего): 9 зачетных единиц.

4.2 Объём дисциплины по видам учебной работы (в часах)

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения очная)		
	Всего по плану	в т.ч. по семестрам	
		1	2
Контактная работа обучающихся с преподавателем	120	72	48
Аудиторные занятия:	120	72	48
лекции	52	36	16
практические и семинарские занятия	52	36	16
лабораторные работы (лабораторный практикум)	16		16
Самостоятельная работа	132	72	60
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы	тестирование, опрос, решение задач	опрос, решение задач	тестирование, проверка решений задач
Курсовая работа	-	-	-
Виды промежуточной аттестации	72	экзамен (36)	экзамен (36)
Всего часов по дисциплине	324	180	144

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения заочная)		
	Всего по плану	в т.ч. по семестрам	
		1	2
Контактная работа обучающихся с преподавателем	26	10/10*	16/16*
Аудиторные занятия:	26	10/10*	16/16*
лекции	8	4/4*	4/4*
практические и семинарские занятия	12	6/6*	6/6*
лабораторные работы (лабораторный практикум)	6	-	6/6*
Самостоятельная работа	280	161	119
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы)	тестирование, опрос, решение задач	опрос, решение задач	тестирование, проверка решений задач
Курсовая работа	-	-	-
Виды промежуточной аттестации	18	экзамен (9/9*)	экзамен (9/9*)
Всего часов по дисциплине	324	180	144


\* В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, в таблице через слеш указывается количество часов работы ППС с обучающимися для проведения занятий в дистанционном формате с применением электронного обучения.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		


### 4.3 Содержание дисциплины. Распределение часов по темам и видам учебной работы

Форма обучения очная

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		лекции	практические занятия, семинары	лабораторные работы, практикумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
Раздел 1. Математический анализ и модели оптимизации							
1. Множества и функции	8	2	2			4	опрос решение задач
2. Предел функции	8	2	2			4	опрос решение задач
3. Непрерывность функции	8	2	2			4	опрос решение задач
4. Производная и дифференциал	9	2	3			4	опрос решение задач
5. Основные теоремы дифференциального исчисления	7	2	1			4	опрос решение задач
6. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков	8	2	2			4	опрос решение задач
7. Функции нескольких переменных	8	2	2			4	опрос решение задач
8. Интеграл	8	2	2			4	опрос решение задач
9. Ряды	8	2	2			4	опрос решение задач
10. Вектор, векторные пространства	8	2	2			4	опрос решение задач
11. Системы линейных уравнений	8	2	2			4	опрос решение задач
12. Матрицы, определители	8	2	2			4	опрос решение задач
13. Задача на безусловный экстремум	8	2	2			4	опрос решение задач
14. Задача нелинейного программирования. Седловая точка	8	2	2			4	опрос
15. Выпуклые множества и выпуклые функции. Задача выпуклого программирования	8	2	2			4	опрос

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

16. Метод производственных функций	8	2	2			4	опрос
17. Модель потребительского спроса	8	2	2			4	опрос
18. Модель Леонтьева	8	2	2			4	опрос
Промежуточная аттестация	36						
Раздел 2. Теория вероятностей							
19. Основные понятия теории вероятностей.	7	1		2	2	4	Тестирование
20. Аксиоматика теории вероятностей. Случайные события.	9	1	2	2	2	4	Тестирование, проверка решений задач
21. Случайные величины.	7	1	2			4	Тестирование, проверка решений задач
22. Некоторые важные распределения.	8	2	2			4	Тестирование, проверка решений задач
23. Многомерные случайные величины.	9	2	2			5	Тестирование, проверка решений задач
24. Функции случайных величин.	8	1		2	2	5	Тестирование, проверка решений задач
25. Предельные теоремы теории вероятностей.	9	1	2	2	2	4	Тестирование, проверка решений задач
26. Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания.	8	1		2	2	5	Тестирование, проверка решений задач
Раздел 3. Математическая статистика и эконометрика							
27. Предмет и задачи математической статистики. Описательные статистики.	8	1		2	2	5	Тестирование, проверка решений задач
28. Основы математической теории выборочного метода.	8	1	2			5	Тестирование, проверка решений задач
29. Проверка статистических гипотез.	10	1	2	2	2	5	Тестирование, проверка решений


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

							задач
30. Корреляционный анализ.	6	1				5	Тести- вание, проверка решений задач
31. Регрессионный анализ.	11	2	2	2	2	5	Тести- вание, проверка решений задач
Подготовка и сдача экзаме- на	36						
<b>ИТОГО:</b>	<b>324</b>	<b>52</b>	<b>52</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>132</b>	<b>-</b>

Форма обучения заочная


Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерак- тивной форме	Самосто- ятельная работа	
		лекции	практи- ческие занятия, семина- ры	лабора- торные работы, практи- кумы			
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Раздел 1. Математический анализ и модели оптимизации</b>							
1. Множества и функции	8	-		-	-	8	опрос решение задач
2. Предел функции	8,5	-	0,5	-	-	8	опрос решение задач
3. Непрерывность функции	8	-		-	-	8	опрос решение задач
4. Производная и диффе- ренциал	9,5	-	0,5	-	-	9	опрос решение задач
5. Основные теоремы диф- ференциального исчисления	9	-		-	-	9	опрос решение задач
6. Применение дифференци- ального исчисления для ис- следования функций и по- строения графиков	9,5	-	0,5	-	-	9	опрос решение задач
7. Функции нескольких пе- ременных	10,5	1	0,5	-	-	9	опрос решение задач
8. Интеграл	9	-	-	-	-	9	опрос решение задач
9. Ряды	9	-	-	-	-	9	опрос решение задач
10. Вектор, векторные про- странства	8	-	-	-	-	8	опрос решение задач

Форма А

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

11. Системы линейных уравнений	9,5	-	0,5	-	-	9	опрос решение задач
12. Матрицы, определители	9,5	-	0,5	-	-	9	опрос решение задач
13. Задача на безусловный экстремум	10,5	1	0,5	-	-	9	опрос решение задач
14. Задача нелинейного программирования. Седловая точка	10,5	0,5	0,5	-	-	9	опрос
15. Выпуклые множества и выпуклые функции. Задача выпуклого программирования	9,5	-	0,5	-	-	9	опрос
16. Метод производственных функций	11	0,5	0,5	-	-	10	опрос
17. Модель потребительского спроса	11	0,5	0,5	-	-	10	опрос
18. Модель Леонтьева	11	0,5	0,5	-	-	10	опрос
Промежуточная аттестация	9						
Раздел 2. Теория вероятностей							
19. Основные понятия теории вероятностей.	9,5	0,5				9	Тестирование
20. Аксиоматика теории вероятностей. Случайные события.	10,5	0,5	1			9	Тестирование, проверка решений задач
21. Случайные величины.	10,5	0,5	1			9	Тестирование, проверка решений задач
22. Некоторые важные распределения.	9,5	0,5				9	Тестирование, проверка решений задач
23. Многомерные случайные величины.	10,5	0,5	1			9	Тестирование, проверка решений задач
24. Функции случайных величин.	10			1	1	9	Тестирование, проверка решений задач
25. Предельные теоремы теории вероятностей.	11		1	1	1	9	Тестирование, проверка решений задач
26. Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания.	10			1	1	9	Тестирование, проверка решений



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

							задач
Раздел 3. Математическая статистика и эконометрика							
27. Предмет и задачи математической статистики. Описательные статистики.	9,5	0,5		1	1	9	Тестирование, проверка решений задач
28. Основы математической теории выборочного метода.	10	0,5	0,5			9	Тестирование, проверка решений задач
29. Проверка статистических гипотез.	10,5		0,5	1	1	9	Тестирование, проверка решений задач
30. Корреляционный анализ.	10,5	0,5				10	Тестирование, проверка решений задач
31. Регрессионный анализ.	12		1	1	1	10	Тестирование, проверка решений задач
Подготовка и сдача экзамена	9						
<b>ИТОГО:</b>	<b>324</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>119</b>	<b>-</b>


## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Тема 1. *Множества и функции.* Множества и операции над ними. Множество вещественных чисел. Функция. Область определения и область значений. Различные способы задания функций. Композиция функций. Взаимно-однозначное соответствие. Тожественная функция. Обратная функция. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

Тема 2. *Предел функции.* Предельная точка множества. Окрестность конечной и бесконечно удаленной точки. Предел функции в точке (конечной и бесконечной). Предел последовательности как частный случай предела функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие и их свойства. Предел монотонной функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы.

Тема 3. *Непрерывность функции.* Непрерывность функции в точке. Операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов. Примеры разрывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Тема 4. *Производная и дифференциал.* Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее геометрический, механический и экономический смысл. Основные правила нахождения производных. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Использование понятия производной в экономике.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

Эластичность функции.

Тема 5. *Основные теоремы дифференциального исчисления.* Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Представление функций  $\exp(x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^m$  по формуле Тейлора.

Тема 6. *Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков.* Условие монотонности функции на интервале. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построение ее графика.

Тема 7. *Функции нескольких переменных.* Окрестность точки в пространстве  $\mathbf{R}^n$ . Предел функции. Непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.

Тема 8. *Интеграл.* Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие правила интегрирования. Методы интегрирования подстановкой (замена переменной) и по частям. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Применение способов подстановки и интегрирования по частям к вычислению определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.


Тема 9. *Ряды.* Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Действия с рядами. Достаточное условие сходимости положительных рядов. Теоремы сравнения, признаки Коши и Даламбера, интегральный признак. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость рядов. Понятие функционального ряда и области его сходимости. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение в степенные ряды элементарных функций  $\exp(x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\arctg x$ .

Тема 10. *Вектор, векторные пространства.* Векторное произведение векторов, его свойства и выражение через декартовы координаты. Смешанное произведение векторов, его свойства и выражение через декартовы координаты. Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств. Подпространство, критерий подпространства. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора. Размерность векторного пространства.

Тема 11. *Системы линейных уравнений.* Основные понятия и определения. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса.

Тема 12. *Матрицы, определители.* Операции над матрицами. Частные виды матриц. Векторное пространство матриц. Обратная матрица и ее вычисление. Решение матричных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Правило Крамера. Определение ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Инвариантность ранга матрицы относительно элементарных преобразований. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Векторная запись системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура множества решений системы линейных неоднородных уравнений. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя разложением по строке или столбцу.

Тема 13. *Задача на безусловный экстремум.* Общая задача на экстремум, понятие

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

локального, глобального, условного, безусловного экстремума. Теорема Вейерштрасса. Задача на безусловный экстремум для функции нескольких переменных. Теорема Ферма (необходимое условие экстремума). Теорема о достаточном условии экстремума для функции нескольких переменных.

Тема 14. *Задача нелинейного программирования. Седловая точка.* Задача нелинейного программирования (НП), ее постановка с ограничениями типа равенство и неравенство. Теорема Каруша-Джона, как необходимое условие минимума. Седловая точка как достаточное условие минимума в задаче НП, теорема о седловой точке.

Тема 15. *Выпуклые множества и выпуклые функции. Задача выпуклого программирования.* Определение выпуклых множества и функции. След функции, критерии выпуклости. Дифференциальные свойства выпуклых функций. Постановка задачи выпуклого программирования, условие регулярности по Слейтеру, теорема Куна-Таккера. Задача линейного программирования, двойственная задача ЛП, теоремы двойственности.

Тема 16. *Метод производственных функций.* Понятие производственной функции (ПФ), ее свойства. Неоклассическая производственная функция. Мультипликативная ПФ, ее свойства. Функция Коба-Дугласа. Эластичность выпуска. Предельная норма замещения. Максимизация прибыли без ограничений. Максимизация прибыли при ограниченных издержках.

Тема 17. *Модель потребительского спроса.* Основы теории потребительского спроса, функция полезности, ее свойства. Отношение предпочтения. Порядковая функция полезности. Модель потребительского выбора (ПВ). Функции спроса. Законы Госсена.

Тема 18. *Модель Леонтьева.* Модель межотраслевого баланса (модель Леонтьева), понятие продуктивности. Двойственная задача в модели Леонтьева, ее прибыльность. Теорема Фробениуса-Перрона. Критерий продуктивности модели Леонтьева.

Тема 19. *Основные понятия теории вероятностей.* Классификация событий. Испытание. Различные подходы к определению вероятности (классическое, статистическое, геометрическое определения), их недостатки.


Тема 20. *Аксиоматика теории вероятностей.* Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Аксиомы теории вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Тема 21. *Случайные величины.* Понятие случайной величины. Закон распределения. Ряд распределения дискретной случайной величины. Функция распределения и ее свойства. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Смешанные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.

Тема 22. *Некоторые важные распределения.* Схема Бернулли. Биномиальный и геометрический законы распределения. Закон Пуассона как предельный для биномиального. Поток событий, их свойства и связь с распределением Пуассона. Равномерное распределение. Показательное распределение. Связь между показательным распределением и распределением Пуассона. Нормальное и логнормальное распределения. Распределения, используемые в математической статистике: Пирсона (хи-квадрат), Стьюдента, Фишера-Снедекора (F-распределение).

Тема 23. *Многомерные случайные величины.* Понятие многомерной случайной величины и ее закона распределения. Функция распределения многомерной случайной величины. Плотность вероятности двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Условный закон распределения. Условная плотность вероятности. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Условные числовые характеристики двумерной случайной величины. Регрессия. Многомерное нормальное распределение.

Тема 24. *Функции случайных величин.* Закон распределения функции одного случайного аргумента. Получение случайной величины с заданным законом распределения

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

путем функционального преобразования. Закон распределения функции двух случайных аргументов. Закон распределения суммы случайных величин. Композиция (свертка) законов распределений. Числовые характеристики функций случайных величин. Свертка нормальных распределений.

Тема 25. *Предельные теоремы теории вероятностей*. Закон больших чисел. Неравенства Маркова и Чебышева. Теоремы Чебышева и Маркова. Теоремы Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема. Локальная и интегральная формулы Муавра–Лапласа. Теорема Ляпунова.

Тема 26. *Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания*. Случайные процессы и их характеристики. Основные понятия теории массового обслуживания. Уравнения Колмогорова. Предельные вероятности состояний. Процессы гибели и размножения. Системы массового обслуживания с отказами.


Тема 27. *Предмет и задачи математической статистики*. Основная задача математической статистики. Основные понятия: генеральная совокупность, выборка, вариационный ряд, статистический ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения. Выборочные (эмпирические) числовые характеристики.

Тема 28. *Основы математической теории выборочного метода*. Репрезентативность выборки. Виды выборок. Способы получения выборок. Точечные оценки параметров генеральной совокупности и их свойства: несмещенность, состоятельность, эффективность. Методы получения точечных оценок: метод моментов, метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия. Неравенство Рао–Крамера–Фреше. Интервальные оценки. Точность и надежность оценки. Общий метод построения доверительных интервалов и примеры его применения.

Тема 29. *Проверка статистических гипотез*. Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез. Статистический критерий. Область принятия гипотезы и критическая область. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости и мощность критерия. Критерии проверки гипотез о равенстве средних/дисперсий. Критерии проверки гипотез о числовых значениях параметров. Критерий Пирсона о виде закона распределения. Критерий Колмогорова. Проверка гипотез об однородности выборок. Критерий Колмогорова – Смирнова.

Тема 30. *Корреляционный анализ*. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Выборочный коэффициент корреляции и его значимость. Интервальная оценка коэффициента корреляции. Частные и множественный коэффициент корреляции. Количественная и ординальная шкалы. Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.

Тема 31. *Регрессионный анализ*. Модель парной регрессии. Многомерная линейная регрессионная модель. Основные гипотезы. Нормальная линейная регрессионная модель. Метод наименьших квадратов (МНК). Статистические свойства МНК-оценок для множественной регрессии. Теорема Гаусса-Маркова. Оценка дисперсии ошибок и матрицы ковариаций. Интервальные оценки коэффициентов множественной регрессии и проверка статистических гипотез об их значениях. Проверка общего качества оценки множественной линейной регрессии. Коэффициент детерминации (множественной корреляции). Скорректированный коэффициент детерминации. Полная коллинеарность и мультиколлинеарность. Возможные причины и характерные признаки мультиколлинеарности. Методы борьбы с мультиколлинеарностью. Фиктивные (бинарные) переменные. Примеры применения фиктивных переменных при исследовании влияния качественных признаков и структурных изменений. Кусочно-линейные модели. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация. Модели регрессии с гетероскедастичностью и автокорреляцией.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## 6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Раздел 1. Математический анализ и модели оптимизации

#### Тема 1. Множества и функции.

Операции над множествами и их свойства. Нахождение области определения и области значений функций. Нахождение композиции функций, проверка обратимости и нахождение обратных функций. Элементарные функции, их графики и свойства. Графики основных элементарных функций.

#### Тема 2. Пределы функций.

Окрестность точки, понятие предельной точки. Предел последовательности как частный случай предела функции. Вычисление пределов. Виды неопределенностей и освобождение от них. Вычисление неопределенностей, сводящихся к замечательным пределам. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Асимптотические соотношения и их использование при вычислении пределов.

#### Тема 3. Непрерывность функций.

Вычисление односторонних пределов. Исследование функций на непрерывность и классификация разрывов.

#### Тема 4. Производная и дифференциал.

Механический, геометрический и экономический смысл производной. Геометрический смысл дифференциала. Техника вычисления производных. Производная сложной функции. Производная степенно-показательной функции. Производные функций, заданных параметрически.

#### Тема 5. Производная и дифференциал.

Использование понятия производной в экономике. Предельные величины в экономике. Эластичность функции.

#### Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Представление функций  $\exp(x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^m$  по формуле Тейлора.

Тема 7. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков.

Исследование функции на монотонность и нахождение экстремумов. Исследование на выпуклость и вогнутость, и определение точек перегиба. Нахождение асимптот.

#### Тема 8. Функции нескольких переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Повторные пределы, пределы по направлению. Примеры функций, имеющих различные пределы по разным направлениям. Частные производные и полный дифференциал. Градиент функции.

#### Тема 9. Интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Вычисление неопределенных интегралов на основе простейших правил интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение формул замены переменной и интегрирования по частям при вычислении определенных интегралов. Примеры неправильного применения формулы Ньютона-Лейбница и формулы замены переменной.

#### Тема 10. Ряды.

Сходимость положительных рядов. Сходимость знакопеременных рядов. Степенные ряды. Разложение функций в ряд Тейлора.


#### Тема 11. Операции с векторами и матрицами.

Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Вычисление определителей разложением по элементам строки или столбца и приведением к треугольному виду. Использование свойств определителей.

#### Тема 12. Решение систем линейных уравнений.

Метод Гаусса, метод Крамера.



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

**Тема 13.** Задача на безусловный экстремум для функции нескольких переменных. Теорема Ферма (необходимое условие экстремума). Теорема о достаточном условии экстремума для функции нескольких переменных.

**Тема 14.** Задача нелинейного программирования.

Теорема Каруша-Джона, как необходимое условие минимума. Седловая точка как достаточное условие минимума в задаче НП, теорема о седловой точке.

**Тема 15.** Задача выпуклого программирования.

Определение выпуклых множества и функции. Дифференциальные свойства выпуклых функций. Постановка задачи выпуклого программирования, условие регулярности по Слейтеру, теорема Куна-Таккера. Задача линейного программирования, двойственная задача ЛП, теоремы двойственности.

**Тема 16.** Метод производственных функций.

Неоклассическая производственная функция. Мультипликативная ПФ, ее свойства. Функция Коба-Дугласа. Эластичность выпуска. Предельная норма замещения. Максимизация прибыли без ограничений. Максимизация прибыли при ограниченных издержках.

**Тема 17.** Математическая модель потребительского спроса.

Функция полезности, ее свойства. Отношение предпочтения. Модель потребительского выбора. Функции спроса. Законы Госсена.

**Тема 18.** Модель межотраслевого баланса (модель Леонтьева).

Понятие продуктивности. Двойственная задача в модели Леонтьева, ее прибыльность. Критерий продуктивности модели Леонтьева.

## Раздел 2. Теория вероятностей

**Тема 19.** Случайные события и их вероятности (семинар).

Решение задач, связанных с вычислением вероятностей на основе классического и геометрического определений. Элементы комбинаторики. Совместные и несовместные события. Вероятность суммы событий. Условная вероятность. Независимость событий. Полная группа несовместных событий. Априорная и апостериорная вероятности гипотез. Вычисление вероятностей событий на основе формулы полной вероятности и формулы Байеса.

**Тема 20.** Случайные величины (семинар).

Понятие случайной величины. Закон распределения. Ряд распределения дискретной случайной величины. Функция распределения и ее свойства. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Смешанные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.

**Тема 21.** Некоторые важные распределения (семинар).


Вычисление вероятностей событий, связанных со случайными величинами, распределенными по известным законам: биномиальному, геометрическому, пуассоновскому, равномерному, показательному, нормальному и логнормальному.

**Тема 22.** Многомерные случайные величины (семинар).

Понятие многомерной случайной величины и ее закона распределения. Функция распределения многомерной случайной величины. Плотность вероятности двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Условный закон распределения. Условная плотность вероятности. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Условные числовые характеристики двумерной случайной величины. Регрессия. Многомерное нормальное распределение.

**Тема 23.** Предельные теоремы теории вероятностей (семинар).

Решение задач на законы больших чисел и использование локальной и интегральной формул Муавра–Лапласа. Контрпримеры (распределения, не удовлетворяющие условиям центральной предельной теоремы).

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

### Раздел 3. Математическая статистика и эконометрика

#### Тема 24. Основы математической теории выборочного метода (семинар).

Построение точечных оценок распределений разными методами и исследование свойств этих оценок. Построение доверительных интервалов для различных параметров случайных величин.

#### Тема 25. Проверка статистических гипотез (семинар).

Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Проверка гипотез о значении одного из параметров нормального распределения при известном и неизвестном втором параметре. Проверка гипотезы о значении вероятности события. Проверка гипотезы о виде закона распределения на основе критериев Пирсона и Колмогорова. Проверка гипотез об однородности выборок.

#### Тема 26. Регрессионный анализ (семинар).

Интерпретация уравнений регрессии. Интерпретация линейных, показательных и степенных уравнений. Связь с показателями абсолютного и относительного роста и показателем эластичности. Случаи отсутствия интерпретации и причины этого. Оценка регрессионных моделей. Проверка гипотез о значениях коэффициентов. Проверка гипотез о значимости части коэффициентов и о линейной зависимости между коэффициентами. Бинарные переменные и их использование. Модели регрессии с гетероскедастичностью. Последствия гетероскедастичности. Тестирование на гетероскедастичность. Методы коррекции гетероскедастичности. Тестирование модели на автокорреляцию. Коррекция автокорреляции.

## 7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ (ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ)

### Раздел 2. Теория вероятностей

#### Тема 1. Статистический подход к определению вероятности.


Цели работы:

- Знакомство с методом статистических испытаний.
- Знакомство с функциями генерации случайных чисел в языках программирования.
- Получение навыков практического использования метода статистических испытаний для расчета вероятности.
- Сравнительный анализ различных подходов к определению вероятностей событий.

Для реализации этих целей предлагается ряд задач на вычисление вероятностей, которые следует решить двумя способами: точным (используя классическое, либо геометрическое определение вероятности) и приближенным (используя статистическое определение), и сравнить результаты между собой. Для статистической оценки вероятности события требуется придумать адекватную модель статистических испытаний, и реализовать ее в MS Excel или с помощью программы, написанной на любом языке программирования.

Результаты лабораторной работы должны содержать:

- Аналитическое решение задачи (на основе классического определения вероятности, правил и формул комбинаторики, либо геометрического определения) и расчет точного значения вероятности.
- Описание модели статистических испытаний для оценки вероятности события.
- Программу или таблицу MS Excel для оценки вероятности события в результате испытаний.
- Таблицу сравнения оценок вероятности с истинным значением вероятности, в зависимости от числа испытаний.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## Тема 2. Предельные распределения для биномиального.

Цели работы:

- Знакомство с законами распределений случайных величин: биномиальным, пуассоновским, нормальным.
- Знакомство с функциями распределения и плотностями случайных величин в языках программирования и получение навыков практического использования этих функций для расчета вероятности.

Для реализации этих целей предлагается исследовать зависимость точности приближения биномиального распределения по формулам Пуассона, локальной и интегральной формулам Муавра – Лапласа от параметров биномиального распределения.

Результаты лабораторной работы должны содержать:

- Расчетную таблицу в *MS Excel*.
- Программу расчета вероятностей на одном из языков программирования.
- Таблицу с результатами расчетов.
- Выводы о точности приближенных формул.

## Раздел 3. Математическая статистика и эконометрика

### Тема 3. Первичная обработка статистических данных.

Цели работы:

- Знакомство с основными понятиями и средствами описания эмпирических данных: выборка, вариационный ряд, статистический ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения, а также выборочными числовыми характеристиками.
- Знакомство с возможностями визуализации статистических данных в языках программирования и в табличном процессоре *MS Excel*.
- Знакомство с функциями для расчета выборочных числовых характеристик.
- Получение навыков практического применения программных средств для визуализации и простейшей статистической обработки результатов наблюдений (расчета описательных статистик).

Ввиду отсутствия реальных эмпирических данных требуется сгенерировать их с помощью имеющихся программных средств, в соответствии с заданным законом распределения, а затем визуализировать и вычислить основные выборочные числовые характеристики.


Результаты лабораторной работы должны содержать:

- Сгенерированную выборку.
- Статистический ряд.
- Гистограмму и полигон относительных частот с наложенным на них графиком теоретической функции плотности.
- График эмпирической функции распределения с наложенным графиком теоретической функции распределения.
- Таблицу с эмпирическими и теоретическими значениями числовых характеристик.
- Программу для генерации выборки, построения графиков и расчета эмпирических числовых характеристик.
- Формулы для расчета теоретических значений числовых характеристик.
- Расчетную таблицу в *MS Excel* для подготовки графиков и расчета числовых характеристик.

### Тема 4. Оценка линейных регрессионных моделей.

Цели работы:



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

- Знакомство с *мастером диаграмм* в *MS Excel* и его практическим использованием для наглядного представления и анализа данных.
- Знакомство с инструментами графического представления и анализа данных в языках программирования.
- Изучение и получение навыков практического использования встроенных статистических функций в *MS Excel*.
- Знакомство с *Пакетом анализа* в *MS Excel* и его использованием для анализа данных.
- Получение навыков практического использования функций анализа данных в языках программирования.

Для реализации этих целей требуется из заданного датасета самостоятельно выбрать объясняемые и объясняющие переменные, исследовать корреляционные зависимости между переменными и построить линейные регрессионные модели для объясняемых переменных.

Результаты лабораторной работы должны содержать:

- Точечную диаграмму MS Excel зависимости между выбранными переменными с указанными на ней уравнением регрессии и коэффициентом детерминации.
- Корреляционную матрицу зависимости между всевозможными парами переменных.
- Оценки линейных моделей множественной регрессии объясняемых переменных на все объясняющие переменные.
- Описание результатов оценки моделей: значимость коэффициентов, значимость модели в целом, качество модели, интерпретацию коэффициентов модели.

### **Тема 5.** Нелинейные модели регрессии и их линеаризация.

Цели работы:

- Знакомство с нелинейными моделями регрессии и методами их оценки.
- Получение навыков практического применения метода линеаризации к нелинейным моделям.
- Получение навыков практической проверки предположений, лежащих в основе классической модели регрессии.
- Знакомство с методами верификации модели.

Для реализации указанных целей требуется рассмотреть степенную модель зависимости переменных, линеаризовать ее с помощью операции логарифмирования, и сравнить качество двух построенных и оцененных моделей: степенной и линейной.


Результаты лабораторной работы должны содержать:

- Графики зависимостей объясняемой переменной от каждой из объясняющих переменных и соответствующие линии тренда, их уравнения и коэффициенты детерминации.
- Графики зависимостей логарифма объясняемой переменной от логарифма каждой из объясняющих переменных и соответствующие линии тренда.
- Таблицы с результатами оценок моделей линейной и степенной зависимости.
- Расчетные таблицы в MS Excel и текст программы для сравнительной верификации моделей.

### **Тема 6.** Мультиколлинеарность.

Цели работы:

- Знакомство с понятием мультиколлинеарности и проблемами, возникающими при оценке регрессионных моделей с мультиколлинеарностью.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

- Получение навыков практической проверки наличия мультиколлинеарности в исходных данных.
- Знакомство с основными методами устранения или уменьшения мультиколлинеарности.
- Получение навыков практического применения регрессионных моделей при наличии мультиколлинеарности в исходных данных.

Для реализации указанных целей требуется исследовать оцененную выше модель на мультиколлинеарность и устранить/уменьшить ее различными методами.

Результаты лабораторной работы должны содержать:

- Корреляционную матрицу всех переменных.
- Показатели вздутия дисперсии для всех объясняющих переменных модели.
- Все промежуточные и итоговые оценки моделей при пошаговом отборе объясняющих переменных.
- Матрицу весов, с которыми объясняющие переменные входят в каждую из главных компонент.
- Коэффициент корреляции объясняемой переменной и первой главной компоненты.
- Итоговую информацию по распределению дисперсии объясняемой переменной по главным компонентам, представленную в табличном и графическом виде.
- Оценки регрессии объясняемой переменной на все главные компоненты и только на значимые главные компоненты.


## 8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

*По дисциплине не предусмотрены курсовые работы, контрольные работы, рефераты.*


## 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

### Раздел 1. Математический анализ и модели оптимизации

1. Множества и операции над ними.
2. Понятие функции. Область определения и область значений функции. Способы задания функций.
3. Композиция функций. Взаимно-однозначное соответствие. Тожественная функция. Обратная функция.
4. Основные элементарные функции. Их свойства и графики.
5. Окрестность конечной и бесконечно удаленной точки. Предельная точка множества. Открытые и замкнутые множества.
6. Предел функции в точке. Предел последовательности как частный случай предела функции. Односторонние пределы.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. (Определение, свойства, сравнение).
8. Основные теоремы о пределах. Предел монотонной функции.
9. Замечательные пределы.
10. Непрерывность функции. Операции над непрерывными функциями.
11. Непрерывность элементарных функций.
12. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов. Примеры разрывных функций.
13. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
14. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Геометрический механический и экономический смысл производной.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		


15. Основные правила нахождения производных. Производные основных элементарных функций.
16. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.
17. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
18. Производные и дифференциалы высших порядков.
19. Экстремумы функции. Теорема Ферма.
20. Теорема Ролля.
21. Теорема Лагранжа. Формула Лагранжа.
22. Теорема Коши. Формула Коши.
23. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
24. Представление функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  по формуле Тейлора.
25. Условие постоянства функции на промежутке.
26. Условие монотонности функции на промежутке.
27. Необходимое и достаточное условие экстремума функции.
28. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции, дифференцируемой на отрезке.
29. Выпуклые и вогнутые функции. Определение интервалов выпуклости и вогнутости с помощью первой и второй производной. Точки перегиба.
30. Асимптоты функции.
31. Окрестность точки в пространстве  $\mathbf{R}^n$ . Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
32. Частные производные. Частные и полный дифференциалы. Геометрический смысл полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
33. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
34. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
35. Простейшие свойства неопределенного интеграла и правила интегрирования.
36. Метод подстановки (замены переменных) для вычисления неопределенного интеграла.
37. Интегрирование по частям при вычислении неопределенного интеграла.
38. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла.
39. Свойства определенного интеграла.
40. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
41. Применение способов подстановки и интегрирования по частям к вычислению определенного интеграла.
42. Понятие числового ряда. Частичные суммы ряда, остаток ряда. Определение суммы ряда, сходимости ряда. Необходимое условие сходимости.
43. Сходимость положительных рядов. Достаточные условия сходимости. Теоремы сравнения.
44. Признаки Коши и Даламбера сходимости числовых рядов.
45. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
46. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
47. Понятие функционального ряда и область его сходимости. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
48. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
49. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ .

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		


50. Векторное произведение векторов, его свойства и выражение через декартовы координаты.
51. Смешанное произведение векторов, его свойства и выражение через декартовы координаты. Необходимые и достаточные условия линейной зависимости трех векторов. Объем параллелепипеда.
52. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
53. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя разложением по строке или столбцу.
54. Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств.
55. Матрицы и операции над ними. Частные виды матриц. Обратная матрица и ее вычисление. Решение матричных уравнений.
56. Матричная запись системы линейных уравнений. Правило Крамера.
57. Системы линейных неоднородных уравнений. Векторная запись системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура множества решений системы линейных неоднородных уравнений.
58. Общая задача на экстремум, понятие локального и глобального экстремума.
59. Задача на безусловный экстремум для функции нескольких переменных. Теорема Ферма (необходимое условие экстремума).
60. Безусловный экстремум. Теорема о достаточных условиях.
61. Задача нелинейного программирования (теорема Каруша-Джона).
62. Выпуклые множества. Выпуклые функции. Дифференциальные свойства выпуклых функций.
63. Седловая точка, теорема о седловой точке.
64. Задача выпуклого программирования, теорема Куна-Таккера.
65. Задача линейного программирования (ЛП). Двойственная задача ЛП. Теоремы двойственности
66. Производственные функции, их свойства.
67. Мультипликативная производственная функция, ее свойства. Функция Коба-Дугласа.
68. Эластичность выпуска по факторам. Норма замещения факторов.
69. Максимизация прибыли без ограничений на факторы.
70. Максимизация прибыли с ограничением на факторы.
71. Основы теории потребительского спроса, функция полезности, ее свойства.
72. Постановка задачи потребительского спроса. Законы Госсена.
73. Модель Леонтьева, продуктивность.
74. Двойственная задача в модели Леонтьева, прибыльность.
75. При каких предпосылках возможно применение модели Леонтьева?
76. Дать интерпретацию двойственной задачи в модели Леонтьева.
77. Дать экономическую интерпретацию решения задачи рационального потребителя.
78. В какой экономической ситуации можно рассматривать модель максимизации прибыли без ограничений на факторы?
79. В какой экономической ситуации можно рассматривать модель максимизации прибыли с ограничением на факторы?

## **Раздел 2. Теория вероятностей. Раздел 3. Математическая статистика и эконометрика**

1. Различные подходы к определению вероятности (классическое, статистическое, геометрическое определения), их недостатки. Классификация событий. Операции над событиями.
2. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Аксиомы теории вероятностей.


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

- стей.
3. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
  4. Понятие случайной величины. Закон распределения. Ряд распределения дискретной случайной величины. Функция распределения и ее свойства.
  5. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Смешанные случайные величины.
  6. Числовые характеристики случайных величин и их свойства.
  7. Схема Бернулли. Биномиальный и геометрический законы распределения. Закон Пуассона как предельный для биномиального.
  8. Потоки событий, их свойства и связь с распределением Пуассона.
  9. Равномерное распределение. Показательное распределение. Связь между показательным распределением и распределением Пуассона.
  10. Нормальное и логнормальное распределения.
  11. Распределения, используемые в математической статистике: Пирсона (хи-квадрат), Стьюдента, Фишера–Снедекора (F-распределение).
  12. Понятие многомерной случайной величины и ее закона распределения. Функция распределения многомерной случайной величины.
  13. Плотность вероятности двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Условный закон распределения. Условная плотность вероятности.
  14. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции.
  15. Условные числовые характеристики двумерной случайной величины. Регрессия.
  16. Многомерное нормальное распределение.
  17. Закон распределения функции одного случайного аргумента. Получение случайной величины с заданным законом распределения путем функционального преобразования.
  18. Закон распределения функции двух случайных аргументов. Закон распределения суммы случайных величин. Композиция (свертка) законов распределений.
  19. Числовые характеристики функций случайных величин.
  20. Свертка нормальных распределений.
  21. Закон больших чисел. Неравенства Маркова и Чебышева. Теоремы Чебышева и Маркова. Теоремы Бернулли и Пуассона.
  22. Центральная предельная теорема. Локальная и интегральная формулы Муавра–Лапласа. Теорема Ляпунова.
  23. Случайные процессы и их характеристики.
  24. Основные понятия теории массового обслуживания. Уравнения Колмогорова. Предельные вероятности состояний.
  25. Процессы гибели и размножения. Системы массового обслуживания с отказами.
  26. Основная задача математической статистики. Основные понятия: генеральная совокупность, выборка, вариационный ряд, статистический ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения.
  27. Выборочные (эмпирические) числовые характеристики.
  28. Репрезентативность выборки. Виды выборок. Способы получения выборок.
  29. Точечные оценки параметров генеральной совокупности и их свойства: несмещенность, состоятельность, эффективность.
  30. Методы получения точечных оценок: метод моментов, метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия.
  31. Неравенство Рао–Крамера–Фреше.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

32. Интервальные оценки. Точность и надежность оценки.
33. Общий метод построения доверительных интервалов и примеры его применения.
34. Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез. Статистический критерий. Область принятия гипотезы и критическая область. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости и мощность критерия.
35. Критерии проверки гипотез о равенстве средних/дисперсий.
36. Критерии проверки гипотез о числовых значениях параметров.
37. Критерий Пирсона о виде закона распределения.
38. Критерий Колмогорова. Проверка гипотез об однородности выборок. Критерий Колмогорова – Смирнова.
39. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Выборочный коэффициент корреляции и его значимость. Интервальная оценка коэффициента корреляции. Частные и множественный коэффициент корреляции.
40. Количественная и ординальная шкалы. Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.
41. Модель парной регрессии. Многомерная линейная регрессионная модель. Основные гипотезы. Нормальная линейная регрессионная модель.
42. Метод наименьших квадратов (МНК). Статистические свойства МНК-оценок для множественной регрессии. Теорема Гаусса-Маркова.
43. Оценка дисперсии ошибок и матрицы ковариаций. Интервальные оценки коэффициентов множественной регрессии и проверка статистических гипотез об их значениях. Проверка общего качества оценки множественной линейной регрессии.
44. Коэффициент детерминации (множественной корреляции). Скорректированный коэффициент детерминации.
45. Полная коллинеарность и мультиколлинеарность. Возможные причины и характерные признаки мультиколлинеарности. Методы борьбы с мультиколлинеарностью.
46. Фиктивные (бинарные) переменные. Примеры применения фиктивных переменных при исследовании влияния качественных признаков и структурных изменений. Кусочно-линейные модели.
47. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация.
48. Модели регрессии с гетероскедастичностью и автокорреляцией.




Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

Форма обучения очная

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы	Объем в часах	Форма контроля
<i>Раздел 1. Математический анализ и модели оптимизации</i>			
1. Множества и функции	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
2. Предел функции	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
3. Непрерывность функции	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
4. Производная и дифференциал	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
5. Основные теоремы дифференциального исчисления	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
6. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
7. Функции нескольких переменных	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
8. Интеграл	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
9. Ряды	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
10. Вектор, векторные пространства	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
11. Системы линейных уравнений	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
12. Матрицы, определители	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
13. Задача на безусловный экстремум	Проработка учебного материала, решение задач	4	опрос решение задач
14. Задача нелинейного программирования. Седловая точка	Проработка учебного материала	4	опрос
15. Выпуклые множества и выпуклые функции. Задача выпуклого программирования	Проработка учебного материала	4	опрос
16. Метод производственных функций	Проработка учебного материала	4	опрос
17. Модель потребительского спроса	Проработка учебного материала	4	опрос
18. Модель Леонтьева	Проработка учебного материала	4	опрос
<i>Раздел 2. Теория вероятностей</i>			
19. Основные понятия теории вероятностей.	Проработка учебного материала, решение задач.	4	тестирование, проверка решения задач.
20. Аксиоматика теории вероятностей. Случайные события.	Проработка учебного материала, решение задач.	4	тестирование, проверка решения задач.
21. Случайные величины.	Проработка учебного материала, решение задач.	4	тестирование, проверка решения задач.
22. Некоторые важные распределения.	Проработка учебного материала, решение задач.	4	тестирование, проверка решения задач.
23. Многомерные случайные величины.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		


24. Функции случайных величин.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.
25. Предельные теоремы теории вероятностей.	Проработка учебного материала, решение задач.	4	тестирование, проверка решения задач.
26. Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.
<i>Раздел 3. Математическая статистика и эконометрика</i>			
27. Предмет и задачи математической статистики. Описательные статистики.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.
28. Основы математической теории выборочного метода.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.
29. Проверка статистических гипотез.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.
30. Корреляционный анализ.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.
31. Регрессионный анализ.	Проработка учебного материала, решение задач.	5	тестирование, проверка решения задач.

Форма обучения заочная

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы	Объем в часах	Форма контроля
<i>Раздел 1. Математический анализ и модели оптимизации</i>			
1. Множества и функции	Проработка учебного материала, решение задач	8	опрос решение задач
2. Предел функции	Проработка учебного материала, решение задач	8	опрос решение задач
3. Непрерывность функции	Проработка учебного материала, решение задач	8	опрос решение задач
4. Производная и дифференциал	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
5. Основные теоремы дифференциального исчисления	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
6. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
7. Функции нескольких переменных	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
8. Интеграл	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
9. Ряды	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
10. Вектор, векторные пространства	Проработка учебного материала, решение задач	8	опрос решение задач
11. Системы линейных уравнений	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
12. Матрицы, определители	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
13. Задача на безусловный экстремум	Проработка учебного материала, решение задач	9	опрос решение задач
14. Задача нелинейного программирования	Проработка учебного материала	9	опрос


Форма А



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

рования. Седловая точка			
15. Выпуклые множества и выпуклые функции. Задача выпуклого программирования	Проработка учебного материала	9	опрос
16. Метод производственных функций	Проработка учебного материала	10	опрос
17. Модель потребительского спроса	Проработка учебного материала	10	опрос
18. Модель Леонтьева	Проработка учебного материала	10	опрос
<i>Раздел 2. Теория вероятностей</i>			
19. Основные понятия теории вероятностей.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
20. Аксиоматика теории вероятностей. Случайные события.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
21. Случайные величины.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
22. Некоторые важные распределения.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
23. Многомерные случайные величины.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
24. Функции случайных величин.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
25. Предельные теоремы теории вероятностей.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
26. Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
<i>Раздел 3. Математическая статистика и эконометрика</i>			
27. Предмет и задачи математической статистики. Описательные статистики.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
28. Основы математической теории выборочного метода.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
29. Проверка статистических гипотез.	Проработка учебного материала, решение задач.	9	тестирование, проверка решения задач.
30. Корреляционный анализ.	Проработка учебного материала, решение задач.	10	тестирование, проверка решения задач.
31. Регрессионный анализ.	Проработка учебного материала, решение задач.	10	тестирование, проверка решения задач.

Студенты выполняют задания, самостоятельно обращаясь к учебной литературе. Проверка выполнения заданий осуществляется путем проверки домашних заданий и устного опроса на практических занятиях. Для методического обеспечения самостоятельной работы студентов разработаны методические указания, охватывающие все темы курса, вынесенные на самостоятельное изучение.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы

#### Основная:

1. Косников Сергей Николаевич. Математические методы в экономике : Учебное пособие для вузов / С.Н. Косников ; Косников С. Н. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 170 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/472077>
2. Кремер Наум Шевелевич. Эконометрика : Учебник и практикум для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко ; Кремер Н. Ш., Путко Б. А. ; под ред. Кремера Н.Ш. - 4-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2020. - 308 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/449750>

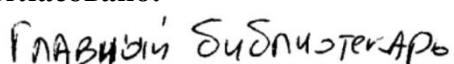


#### Дополнительная:

1. Математический анализ. Сборник заданий : Учебное пособие для вузов / В.В. Логинова, Е.А. Морозов, А.В. Морозова [и др.] ; под общ. ред. Плотниковой Е. Г. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 206 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/473425>
2. Гисин Владимир Борисович. Математика. Практикум : Учебное пособие Для бакалавриата и магистратуры / В.Б. Гисин, Н.Ш. Кремер ; Гисин В. Б., Кремер Н. Ш. - Москва : Юрайт, 2019. - 204 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/433419>
3. Математика для экономистов. Практикум: учебное пособие для вузов / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 285 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8868-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536181>


#### Учебно-методическая:

1. Лутошкин И.В. Методические рекомендации для семинарских (практических) занятий, лабораторного практикума и самостоятельной работы по дисциплине «Математика» для студентов УГСН 38.00.00 «Экономика и управление» / И. В. Лутошкин, А. Е. Эткин. - 2022. - 121 с. - Неопубликованный ресурс. - URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/12850>. - Режим доступа: ЭБС УлГУ. - Текст : электронный.

### Согласовано:




03.06.2024 г.

Должность сотрудника научной библиотеки      ФИО      подпись      дата

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

**б) Программное обеспечение –**  
Операционная система "Альт образование"  
Офисный пакет "Мой офис"

**в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

**1. Электронно-библиотечные системы:**

1.1. Цифровой образовательный ресурс IPRsmart : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа». - Саратов, [2024]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.2. Образовательная платформа ЮРАЙТ : образовательный ресурс, электронная библиотека : сайт / ООО Электронное издательство «ЮРАЙТ». – Москва, [2024]. - URL: <https://urait.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.3. База данных «Электронная библиотека технического ВУЗа (ЭБС «Консультант студента») : электронно-библиотечная система : сайт / ООО «Политехресурс». – Москва, [2024]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.4. ЭБС Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС «Лань». – Санкт-Петербург, [2024]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.5. ЭБС Znanium.com : электронно-библиотечная система : сайт / ООО «Знаниум». - Москва, [2024]. - URL: <http://znanium.com>. – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

**2. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]:** справочная правовая система. / ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2024].

**3. eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека : сайт / ООО «Научная Электронная Библиотека». – Москва, [2024]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

**4. Федеральная государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» :** электронная библиотека : сайт / ФГБУ РГБ. – Москва, [2024]. – URL: <https://нэб.рф>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

**5. Российское образование :** федеральный портал / учредитель ФГАУ «ФИЦТО». – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.


**6. Электронная библиотечная система УлГУ :** модуль «Электронная библиотека» АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

Инженер ведущий



Щуренко Ю.В.

03.06.2024

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудитории для проведения лекций, семинарских и лабораторных занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Аудитории для проведения лекций оборудованы мультимедийным оборудованием для представления информации большой аудитории. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе.

Перечень оборудования, используемого в учебном процессе:

- Мультимедийное оборудование: компьютер/ноутбук, экран, проектор/телевизор
- Компьютерная техника

## 13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Разработчик



заведующий кафедрой ЦЭ Лутошкин И.В.